

平成27年度授業づくり拠点校実践事例
～自分の考えをもち、それを数学的に表現する力の育成～

指導者 河井 剛史

1 本校生徒の現状

平成27年4月21日（火）に実施した全国学力・学習状況調査及び県確認問題の結果から、本校生徒の状況について次のような傾向にあることが分かった。

学年	教科	傾向
1年	国語	○ 和歌や漢詩の知識理解が高い。主語・述語の関係の理解が高い。 ▼ <u>記述式の問題にやや課題</u> が見られる。
	数学	○ 比や割合の知識・理解が高い。図形の求値・求角に関する技能が高い。方法の説明をすることができる。 ▼ 解決方法の問題点の <u>記述にやや課題</u> がある。
2年	国語	○ 話す・聞く能力は比較的に高い。 ▼ <u>記述式の問題にかなり課題</u> が見られる。
	数学	○ 資料の活用領域や求値・求積問題の理解が高い。図形の作図や移動の理解が高い。 ▼ 比例とグラフの関係の理解にやや課題がある。
3年	国語	○ 手紙の書き方に関する知識・理解が優れている。 ▼ <u>自分の考えを具体的に書いたり、根拠を述べたりすることに課題</u> がある。
	数学	○ 図形に関する知識・理解が高い。 ▼ 文字を用いた <u>数量関係の説明にやや課題</u> がある。
	理科	○ 物理的領域の理解が高い傾向にある。 ▼ 他者との比較をとおして <u>説明することに課題</u> がある。

○ 特に優れている点 ▼ 課題のある点

以上のことから、本校生徒は自分の考えを書いたり、説明したりすることに大きな課題があることが明らかになった。

2 研究仮説

このような現状にある生徒に対して、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現するとともに、数学的活動の楽しさやよさを実感させ、それを活用して考えたり判断したりする態度を育てるために、次のような研究仮説を立てた。

課題解決の過程等で数学的な考え方を活用させ、それを意識させることで、思考力・判断力・表現力を向上させることができる。

年間5回の数学科の授業実践を行い、以下に紹介する2つの実践事例をもとに思考力・判断力・表現力を向上させるための研究の成果と今後の課題について述べていく。

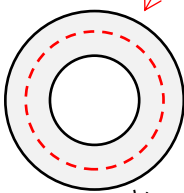
3 実践例1 3年数学「式の展開と因数分解（式の計算の利用）」

1 主眼（ねらい） 式の計算を利用して、予想した図形の性質についての関係を説明することができる。

2 めあて 図の性質を式の計算を利用して表現することができる。

3 板書計画および留意点

課題「円形花壇の道の面積を求めよう」 めあて 予想した図形の性質を式の計算を利用して説明することができる。



◇道の面積を工夫して求めよう

・円の面積 = 半径 × 半径 × π

= (半径)² × π

・道の面積

= 大きい円の面積 - 小さい円の面積

求めるために必要な値は

大きい円の半径 : 5.5m

小さい円の半径 : 3.5m

◇予想したことがいつでも
成り立つことを説明してみよう

文字を利用

大きい円の半径を a

小さい円の半径を b とすると

(道の面積) = $\pi \times a^2 - \pi \times b^2$

= $\pi(a+b)(a-b)$

($a-b$) : 道幅

$\pi(a+b)$: 道の真ん中の長さ

よって、

道の面積 = 道幅 × 道の真ん中の長さ

◇予想したことがいつでも

成り立つことを説明してみよう

文字を利用

大きい円の半径を a

小さい円の半径を b とすると

(道の面積) = $\pi \times a^2 - \pi \times b^2$

= $\pi(a+b)(a-b)$

($a-b$) : 道幅

$\pi(a+b)$: 道の真ん中の長さ

よって、

道の面積 = 道幅 × 道の真ん中の長さ

＜予想＞

道の面積 = 道幅 × 真ん中の線の長さ

＜解答例1＞

$5.5 \times 5.5 \times \pi - 3.5 \times 3.5 \times \pi$

= $30.25\pi - 12.25\pi$

= 18π

＜解答例2＞

$(5.5)^2 \times \pi - (3.5)^2 \times \pi$

= $[(5.5)^2 - (3.5)^2] \pi$

= $(5.5 - 3.5)(5.5 + 3.5) \pi$

道幅 × 円周の長さ

= $(2 \times 9) \pi$

= 18π

＜見通し＞

道幅 : $(a-b)$

道の真ん中の長さ : $\pi(a+b)$

円以外の場合はどうなる？

「授業の流れ」

- ① 日常を意識させるため、チラシを紹介する。
- ② 道の求積方法を考えさせる。
- ③ 解き方の一方を活用し、式読みさせる。
- ④ 予想を式化させる。
- ⑤ 見通しをもって、式の計算を利用して説明させる。
- ⑥ 振り返りをさせる。(円の求積方法・説明するためのポイント)
- ⑦ 新たな課題を意識させる。

＜留意事項＞

- ア レディネスを整えるために、円の求積方法を確認する。
- イ 後に印象深くするために、道の求積に必要なものを尋ねる。
- ウ 与える数値はやや煩わしさを感じさせるものに与える。
- エ 解答例が2つ以上紹介できるように机間観察する。
- オ 学習プリントを利用し、式読みをさせる。(図と対比)
- カ 説明させる前に、見通しをもたせる。
- キ 円以外の場合について投げかけ、レポート用紙を渡す。

4 実践例2 3年数学「ペグゲームの仕組みを考えよう（課題学習）」

3年3組 数学科学習指導案 指導者 河井 剛史

場所 3年3組教室

(1) 単元 ペグゲームの仕組みを考えよう（課題学習）

(2) 単元構成の意図

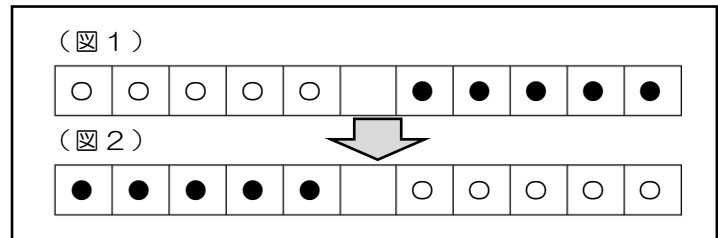
① 生徒は、数学が何かの役に立つと考えているが、解決方法やその過程については意識していない。

平成27年度の全国学力・学習状況調査における生徒質問紙で「数学の授業で学習したことは、将来、社会に出たときに役に立つと思いますか」の問いに、本校の3年生は当てはまる、どちらかといえば当てはまると答えた生徒の割合が81.2%と全国平均と比較して、約9%高くなっており、大半の生徒が数学は何かの役に立つと考えている。しかし、整数の性質について予想を立てて証明する学習において、授業の終末に「どう予想し、どういう方法で証明をすすめましたか」という問いに対して、ほとんどの生徒が解決できていたにもかかわらず、分からないと答えていた。つまり、多くの生徒の関心事は問題を解決できたかどうかであり、その意識は、解決の過程で使われた数学的な考え方に向けられることは少ない。

② 単純化や一般化など数学的な考え方をを用いて、解決の糸口が見える教材である。

数学的な見方・考え方の育成は、数学的に処理する能力と並び、数学教育のねらいとして重視されている。本教材「ペグゲーム」は、具体的な操作を行いながら、白黒2種類の基石の位置を(図1)から(図2)のよ

うに2つのルールに従ってできるだけ少ない回数で入れ替えるゲームである。数学的な考え方である簡単な場合に置き換えて考えよう



とする単純化の考え方や個々の場面でみつけたルールを一般的な法則にまとめていこうとする一般化の考え方などを用いて解決することのよさを感じることができる教材である。

③ 数学的な考え方を意識して、活用し表現できる生徒を育てたい。

数学的な見方・考え方を育成させるためには、そのよさを感じさせることが大切である。このことによって意欲が高まり、数学的な考え方を意識して学習に取り組めるようになるとともに、数学的な考え方を積極的に活用し表現することが可能になる。

そこで本時は、「数を減らしてみる」「規則を見つける」などの生徒の言葉を採り上げ、数学的な考え方と結び付け、価値付けることで数学的な考え方を意識させ表現できることをめざしたい。

(3) 単元の目標及び指導計画（全1時間）

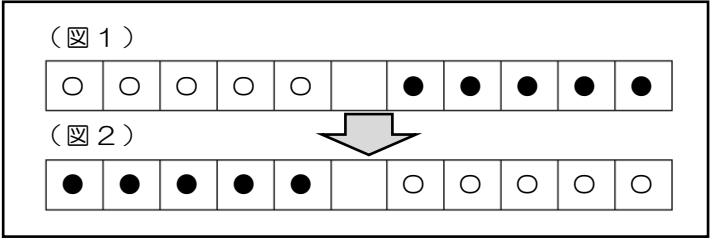
数学的な考え方の重要性に気付く。・・・1時間（本時 1/1）

(4) 本時案

主眼 ゲームの仕組みについて、操作し、思考する過程をとおして、
 数学的な考え方の有用性に気付くことができる。

(2) 授業の過程

学習内容及び学習活動	予想される生徒の反応	教師の手立て														
<p>① 課題をつかむ。</p> <p>【ペッグゲーム】図1のように、白と黒の碁石が同じ個数ずつ、まん中に1個分の枠をあけて並んでいる。この碁石を左下の2つのルールで1個ずつ動かして、図2のように白と黒の碁石を入れかえる。できるだけ少ない回数で碁石を動かすとすると、全部で何回、碁石を動かせばよいですか。</p> <p><ルールⅠ> あいている枠に1個分だけ横にずらすことができる。</p> <p><ルールⅡ> 色の違う碁石を、1個だけ飛び越すことができる。</p>	<p>・ 課題が理解できない生徒もいるだろう。</p>	<p>・ 個人で操作ができるように碁石を準備する。</p>														
<p>② 課題に取り組む。</p> <ul style="list-style-type: none"> 各自で考える。 近くの生徒と話し合う。 	<p>・ 本当にできる？</p> <p>・ 76回、35回、34回（間違っている）など</p>	<p>・ 実際に動かしてルールを確認させる。</p> <p>・ なかなか発見できない場合は、できる回数の予想を全体に尋ねる。</p> <p>・ 言葉の式を使ったり、表を使ったりして視覚的に支援する。</p>														
<p>③ 授業を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> 言葉の式を振り返る。 解決方法を振り返る。 	<p>・ 数を減らしてみる。</p> <p>・ 規則を見つける。</p> <p>・ そういう考え方が大切なのだ。</p> <p>・ 今度から使ってみよう。</p>	<p>・ 解決方法を言語化することで、活用した数学的な考え方などを強くイメージさせる。</p>														
<p><ペッグゲーム></p> <p>・ $(\text{個数}) \times (\text{個数} + 2) \cdot (\text{個数} + 1)^2 - 1$</p> <p><解決方法></p> <ul style="list-style-type: none"> 単純化(小さい数からやってみる)・表を作る 帰納的推論(順序立てて規則性を見つけ、予想する) <table border="1" data-bbox="247 1825 885 1926"> <tr> <td>碁石の個数</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>最少の移動回数</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>			碁石の個数	1	2	3	4	5		最少の移動回数	3					
碁石の個数	1	2	3	4	5											
最少の移動回数	3															



条件を変えずに、35回だということをもう少し簡単に見つける方法はないだろうか。

数学「パグゲーム（課題学習）」（3年3組）

3年3組教室 本時 1/1

平成27年11月2日（月）5校時

下松市立下松中学校 指導者 河井 剛史

1 **主眼(ねらい)** ゲームの仕組みについて操作し、思考する過程をとおして、数学的な考え方の有用性に気付くことができる。

2 **めあて** ペグゲームの最少回数のさまりを説明できる。

3 **板書計画および留意点**

課題 「パグゲームについて考えよう」

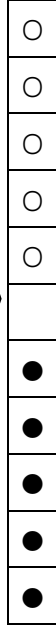
めあて **パグゲームの最少回数のさまりを説明できる。**

【パグゲーム】図1のように、白と黒の碁石が同じ個数ずつ、まん中に1個分の枠をあけて並んでいる。この碁石を下の2つのルールで1個ずつ動かして、図2のように白と黒の碁石を入れかえる。

(図1)



(図2)



<ルール>

- ① あいている枠に1個分だけ横にずらすことができる。
- ② 色の違う碁石を1個だけ飛び越すことができる。

「授業の流れ」

- ① ペグゲームのルールを知らせる。
- ② 実際に碁石を渡し、操作させる。(ア, イ)
- ③ 最少回数を尋ねる。(ウ)
- ④ ルールは変えずに、碁石を使わずに見つける方法を尋ねる。
- ⑤ その方法で実際に求めさせる。(エ, オ)
- ⑥ 碁石の数を言葉で式に表現させる。(カ)
- ⑦ 振り返り (内容と方法) をペアで確認する。(キ)

見通し

◇ 簡単に見付ける**方法**

- 数を少しずつ増やす→**規則性**
- **表にする**

碁石の数	1	2	3	4	5
移動回数	3	8	15		

(碁石の数) を使って

(碁石の数) × (碁石の数 + 2)

(碁石の数 + 1) ² - 1

左右5個ずつのときは

$$5 \times (5 + 2) = 35$$

$$(5 + 1)^2 - 1 =$$

碁石の数を x 個とすると

$$x(x + 2)$$

$$(x + 1)^2 - 1$$

振り返り

(**解決方法**)

規則性を見付けるために_____

(**パグゲーム**)

最少回数は、_____

<留意事項>

- ア まず、左右2個の場合の動かし方について確認し、左右5個の場合を個人で操作活動させる。
- イ ルールの理解について、机間観察によって確認する。
- ウ 課題が難しい場合は、解答(35回)を知らせる。
- エ 解決方法(手立て)を板書しておく。
- オ 解決の見通しを付けた後、班(ペア)で課題に取り組ませる。
- カ 2種類の方法を比較させる。
- キ 穴埋め形式にして振り返りしやすいようにする。

5 成果と課題

授業づくり拠点校研修会では、3年数学「ペグゲーム（課題学習）」の授業後、公開授業についてワークショップ形式による研究協議を行った。そこで出た意見を整理すると次のようになる。

	成果（よかった点）	課題（改善すべき点）
導入	<ul style="list-style-type: none"> ・操作活動を取り入れていることで、実感できるように工夫されていた。 ・生徒のつぶやきを拾いながら進めていることで、学習意欲が助長されていた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・操作活動の時間が少なく、不完全燃焼になってしまう。 ・一般化への問題としては、中学生には難しすぎる。
展開	<ul style="list-style-type: none"> ・表を作成することで、多様な考え方を見いだす可能性がある教材となっていた。（関数的な考え方など） ・学習プリントに多様性の余地が配慮されておりよかった。（表やグラフが作りやすい方眼がついていた。） 	<ul style="list-style-type: none"> ・ペアだけでなく、4人組などのグループ活動を取り入れることで教え合う場面が生まれ、言語活動の充実が図れたように思う。 ・数の規則性を見つける授業になっていた。
振り返り	<ul style="list-style-type: none"> ・表をつくり、規則性を使って考えることができる生徒が何人もいた。 ・解決方法について、振り返ることで、数学的な考え方の意識付けになっていた。 	<ul style="list-style-type: none"> ・数学的考え方の有用性は見いだせたのか？ ・うまく表現できていない生徒への支援が必要。

以上のことと県教育庁義務教育課指導班ならびに市教育委員会学校教育課からの指導助言で、次のことがあきらかになった。

（1）表現する力を向上させるためには、学習形態や教材の工夫が必要である。

自分の考えを表現するには他の人と関わりをもたせることが重要である。グループ活動など、多くの人と関わる場をもたせることで、より自分の考えを表現する機会が増し、表現の向上も図れる。さらに、多様な考え方をできる課題のほうが、自分が見つけたり考えたりした方法をより正確に伝えたいという意思が働き、伝わりやすい表現を使ってうまく表現したいと考える。

書く力の向上を意識するのであれば、言語化させて相互評価させることも大切にする必要がある。

（2）「振り返り」は学習の足跡をたどらせ、強化させるうえで重要である。

振り返りの場面で、数学的な考えなどの問題解決の方策について、言語化することは、1時間の足跡を再現することでありとても重要である。したがって、数学的な考え方を言語化し、再現化する繰り返しが、解決方法を整理・統合させ、意識して活用できることにつながってくる。